Solution 13 :

1°/ $Df = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2°/ $\lim\limits_{(-1)^-} f = \lim\limits_{x \to (-1)^-} \dfrac{2x + \cos x}{x+1}$

On a : $\begin{cases} \lim\limits_{(-1)^-} x + 1 = 0^- \\ \lim\limits_{x \to (-1)^-} 2x + \cos x = -2 + \cos(-1) < 0 \end{cases}$

D'où : $\lim\limits_{(-1)^-} f = +\infty$

$\lim\limits_{(-1)^+} f = \lim\limits_{x \to (-1)^+} \dfrac{2x + \cos x}{x+1}$

On a : $\begin{cases} \lim\limits_{(-1)^+} 2x + \cos x = -2 + \cos(-1) < 0 \\ \lim\limits_{x \to (-1)^+} (x+1) = 0^+ \end{cases}$

D'où : $\lim\limits_{(-1)^+} f = -\infty$

D : x = -1 est une asymptote verticale à Cf

3°/

a) Pour tout $x \in]-1, +\infty[$:

$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 2x - 1 \leq \cos x - 2x \leq 2x + 1$

Or pour tout $x \in]-1, +\infty[$ on a : $x + 1 > 0$

$$\frac{2x-1}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x+1}$$

b)

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x-1}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x-1}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

Et comme pour tout x > -1 on a :